

**PROGRAMA DE RECUPERACIÓN DE LOS APRENDIZAJES NO
ADQUIRIDOS EN MATEMÁTICAS DE 1º BACHILLERATO
(MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CCSS)**

Este programa está destinado a los alumnos y alumnas que han promocionado a 2º Bachillerato (CCSS) sin haber superado las matemáticas de 1º de Bachillerato aplicadas a las CCSS. Su finalidad es conseguir recuperar los aprendizajes no adquiridos, por lo que deberán superar la evaluación correspondiente a este programa.

Las alumnas y los alumnos que sigan este programa, se examinarán, en las fechas señaladas en el calendario de exámenes que aparece en este documento, de los temas que se indican.

Las alumnas y los alumnos deberán examinarse en la PRUEBA FINAL de las pruebas que no haya superado durante el curso.

En este documento se entrega una relación de actividades que no hay que entregar resueltas, pero pueden servir de guía para superar la asignatura.

Tanto para la realización de las actividades como para la resolución de cualquier duda que se plantee, el alumnado contará con el asesoramiento del profesor o de la profesora de Matemáticas que le corresponda en 2º de Bachillerato. Para ello el profesor o la profesora fijará con el alumno o la alumna el momento más adecuado para ambos.

A continuación se indican:

1. Calendario de exámenes
2. Criterios de calificación
3. Los contenidos y criterios de evaluación.
4. Las actividades programadas para realizar el seguimiento del programa.

1. CALENDARIO DE EXÁMENES

	BLOQUES DE CONTENIDO	FECHAS
1ª PRUEBA	BLOQUES 1 y 2	Noviembre El día y hora serán fijados por jefatura de estudios
2ª PRUEBA	BLOQUES 3 y 4	Marzo El día y la hora serán fijados por la Jefatura de estudios
3ª PRUEBA FINAL	PRUEBAS ANTERIORES NO SUPERADAS	Mayo El día y la hora serán fijados por la Jefatura de Estudios

2. CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

Para aprobar la asignatura es necesario aprobar cada prueba parcial o la final, o bien que la media de las pruebas parciales sea igual o superior a 5, siempre que en ninguna de ellas se haya obtenido una calificación inferior a 3.5.

Los alumnos que aprueben algún parcial estarán exentos de examinarse de los contenidos de dicho parcial, tanto en el examen final como en el examen de septiembre.

3. CONTENIDOS Y CRITERIOS DE EVALUACIÓN

MATEMÁTICAS contenidos	MATEMÁTICAS. Criterios de Evaluación
Bloque de contenidos 1: Álgebra	<ol style="list-style-type: none"> 1. Dominar el manejo de polinomios y sus operaciones 2. Dominar el manejo de las fracciones algebraicas y sus operaciones. 3. Resolver con destreza ecuaciones de distintos tipos y aplicarlas a la resolución de problemas. 4. Resolver con destreza sistemas de ecuaciones y aplicarlos en la resolución de problemas. 5. Interpretar y resolver inecuaciones y sistemas de inecuaciones
Bloque de contenidos 2: Funciones elementales	<ol style="list-style-type: none"> 1. Conocer el concepto de dominio de definición de una función y obtenerlo a partir de su expresión analítica. 2. Conocer las familias de funciones elementales y asociar sus expresiones analíticas con las formas de sus gráficas. 3. Interpolar y extrapolar valores de funciones a partir de tablas y conocer la utilidad en casos reales 4. Dominar el manejo de funciones elementales, así como de las funciones definidas «a trozos». 5. Interpretar y representar gráficas de funciones reales teniendo en cuenta sus características y su relación con fenómenos sociales 6. Conocer las funciones exponenciales y logarítmicas y asociar sus expresiones analíticas con las formas de sus gráficas
Bloque de contenidos 3: Límites, continuidad y derivadas	<ol style="list-style-type: none"> 1. Conocer el significado analítico y gráfico de los distintos tipos de límites e identificarlos sobre una gráfica. 2. Adquirir un cierto dominio del cálculo de límites sabiendo interpretar el significado gráfico de los resultados obtenidos. 3. Conocer el concepto de función continua e identificar la continuidad o discontinuidad de una función en un punto 4. Conocer los distintos tipos de ramas infinitas (ramas parabólicas y ramas que se ciñen a asíntotas verticales horizontales y oblicuas). 5. Conocer la variación de una función en un intervalo (T.V.M.) y la variación en un punto (derivada) como pendiente de la recta secante o tangente, respectivamente 6. Conocer las reglas de derivación y utilizarlas para hallar la función derivada de otra así como para averiguar si una función a trozos es derivable 7. Utilizar la derivación para hallar la recta tangente a una curva en un punto, los máximos y mínimos de una función, los intervalos de crecimiento y decrecimiento 8. Conocer el papel que desempeñan las herramientas básicas del análisis (límites, derivadas...) en la representación de funciones y dominar la representación sistemática de funciones polinómicas y racionales.

<p>Bloque de contenidos 4: Probabilidad y distribuciones de probabilidad</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Conocer las características básicas de los sucesos y de las reglas para asignar probabilidades. 2. Resolver problemas de probabilidad compuesta, utilizando el diagrama en árbol cuando convenga. 3. Aplicar la combinatoria al cálculo de probabilidades 4. Conocer y manejar las distribuciones de probabilidad de variable discreta y obtener sus parámetros. 5. Conocer la distribución binomial, utilizarla para calcular probabilidades y obtener sus parámetros. 6. Conocer las distribuciones de probabilidad de variable continua y usarlas para calcular probabilidades. 7. Conocer la distribución normal, interpretar sus parámetros y utilizarla para calcular probabilidades.
--	--

4. ACTIVIDADES

BLOQUE 1: ÁLGEBRA

1. Ecuaciones polinómicas

- | | |
|------------------------------|-------------------------------------|
| a) $2x^4 + 11x^2 - 6 = 0$ | e) $x^3 + 2x + 3 = 0$ |
| b) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ | f) $x^3 + 8x^2 - 20x = 0$ |
| c) $x^4 - x^2 - 12 = 0$ | g) $2x^3 - 5x^2 + 5x - 2 = 0$ |
| d) $x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = 0$ | h) $x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 7x + 6 = 0$ |

2. Ecuaciones racionales

- | | |
|---|--|
| a) $1 - \frac{x}{x+4} = \frac{1}{x-5}$ | c) $x - \frac{x^2 + 5}{2x+1} = 5$ |
| b) $\frac{3x+2}{x-1} - \frac{2}{x+1} = 5$ | d) $\frac{x+1}{x-1} - \frac{1}{x} = \frac{5}{2}$ |

3. Ecuaciones irracionales o radicales

- | | | |
|-----------------------|------------------------------|------------------------------|
| a) $\sqrt{x+3} = 4$ | b) $\sqrt{2x+2} + 1 = x - 2$ | b) $2 + \sqrt{2x-3} = 1 + x$ |
| d) $x + \sqrt{x} = 6$ | e) $\sqrt{x-1} + 2 = x - 5$ | |

4. Sistemas de 3 ecuaciones lineales con 3 incógnitas. Método de Gauss

- | | | |
|---|--|--|
| a) $\left. \begin{array}{l} 2x - y + z = 1 \\ x + 2y - z = 0 \\ 5x + \quad z = -1 \end{array} \right\}$ | b) $\left. \begin{array}{l} 5x - y + z = 5 \\ 4x + y + 3z = 8 \\ 2x - 2y - 2z = -4 \end{array} \right\}$ | c) $\left. \begin{array}{l} x + y + z = 2 \\ 2x + 3y = 11 - 5z \\ x + 6z = 29 + 5y \end{array} \right\}$ |
|---|--|--|

5. Problemas que se resuelven usando sistemas de ecuaciones

Plantea los sistemas de ecuaciones que conducen a las soluciones de los siguientes problemas

- a) En una cierta cafetería, los ocupantes de una mesa abonaron 3.3 € por 2 cafés, 1 tostada y 2 refrescos, mientras que los de otra mesa pagaron 8.75 € por 4 cafés, 3 tostadas y 3 refrescos y los de una tercera mesa, 5.25 € por 3 cafés, dos tostadas y un refresco. ¿Cuánto vale un café? ¿Y una tostada? ¿Y un refresco?
- b) Un parquímetro contiene un total de 100 monedas de 50 céntimos, 1€ y 2€. Si su valor total es de 64€ y el número de monedas de 50 céntimos es 6 veces el de monedas de 1€, ¿Cuántas monedas de cada tipo hay?
- e) Una farmacia ha comprado un producto en tres formatos distintos: A, B y C. Las cajas del tipo A pesan 25 gramos y cuestan 2 €, las de tipo B pesan 50 gramos y cuestan 3 €, mientras que las del tipo C pesan 100 gramos y cuestan 5 €. Si ha comprado un lote de 26 cajas, con un peso total de 1300 gramos y por un importe de 78 €. ¿Cuántos envases de cada tipo ha comprado la farmacia?
- f) Mezclando tres productos, digamos X, Y y Z, debemos obtener 10Kg de pienso que contenga 19 unidades de carbono y 12 unidades de grasa. Sabiendo que cada kilo del producto X contiene una unidad de hidratos de carbono y dos de grasa, cada kilo del producto Y contiene dos unidades de hidratos de carbono y una unidad de grasa, y cada kilo del producto Z contiene cuatro unidades de hidratos de carbono y nada de grasa. ¿Cuántos kilos de cada producto debemos poner?
- g) Un grupo de 20 personas se reúne para ir de excursión. El número total de hombres y mujeres es igual al triple del número de niños. Además, si hubiera acudido una mujer más, su número igualaría al de hombres. ¿Cuántas mujeres, hombres y niños hay?
- h) Una fábrica de electrodomésticos tiene una producción semanal fija de 42 unidades. La fábrica abastece a tres establecimientos - digamos A, B, y C - que demandan toda su producción. En una determinada semana el establecimiento A solicitó tantas unidades como B y C juntos y, por otro lado, B solicitó la mitad de lo que pidió A más la tercera parte de lo que pidió C. ¿Cuántas unidades solicitó cada establecimiento dicha semana?

6. Sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas

Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones dibujando la región factible:

$$a) \begin{cases} x + y \leq 11 \\ 2x - 3y \leq -3 \\ x \geq 2 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x + y \leq 11 \\ -x + 2y \geq 10 \\ y \leq 9 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x \leq 3 \\ y \geq 1 \\ -x + y \leq 1 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} -y + x \leq 4 \\ y + 2x \geq 5 \\ y \leq 4 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} x + 4y \leq 8 \\ 3x - 2y \leq 10 \\ 2x + y \geq 2 \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} x - y \geq 0 \\ x + 4y \geq 5 \\ 3x + 2y \geq 15 \end{cases}$$

7. Problemas que se resuelven usando sistemas de inecuaciones

Plantea los sistemas de inecuaciones que conducen a las soluciones de los siguientes problemas

a) Una pastelería elabora dos tipos de trufas, dulces y amargas. Cada trufa dulce lleva 20 g de cacao, 20 g de nata y 30 g de azúcar. Cada trufa amarga lleva 100 g de cacao, 20 g de nata y 15 g de azúcar.

En un día, la pastelería sólo dispone de 30 kg de cacao, 8 kg de nata y 10.5 kg de azúcar. Calcula cuántas trufas de cada tipo pueden elaborarse ese día teniendo en cuenta las restricciones descritas.

b) Una empresa produce escayola y yeso.

La producción diaria debe ser como mínimo de 30 Tm de escayola y 30 Tm de yeso.

La cantidad de yeso no puede superar en más de 60 Tm a la de escayola.

El triple de la cantidad de escayola, más la cantidad de yeso, no puede superar 420 Tm.

Calcule la cantidad diaria que puede producirse de cada material.

c) Una empresa fabrica sofás de dos tipos, A y B . Al menos se deben fabricar 6 sofás del tipo A y 10 del tipo B , por semana, y además, el número de los del tipo A no debe superar en más de 6 unidades al número de los del B ¿Cuántas unidades de cada tipo pueden fabricarse semanalmente, si en total no deben ser más de 30?

d) Una fábrica de muebles dispone de 600 kg de madera para fabricar librerías de 1 y de 3 estantes. Se sabe que son necesarios 4 kg de madera para fabricar una librería de 1 estante, para fabricar una librería de 3 estantes se necesitan 8 kg de madera.

Calcula el número de librerías de cada tipo que se deben fabricar, sabiendo que, por falta de otros materiales, no se pueden fabricar más de 120 librerías de 1 estante, ni tampoco más de 70 de 3 estantes.

e) Una persona desea adelgazar. En la farmacia le ofrecen dos compuestos A y B para que tome una mezcla de ambos en la comida, con las siguientes condiciones:

No debe tomar más de 150 g de la mezcla, ni menos de 50 g.

La cantidad de A debe ser mayor o igual que la de B .

No debe incluir más de 100 g del compuesto A .

Formula matemáticamente el conjunto de restricciones que conduce a averiguar que cantidad de cada compuesto puede tomar

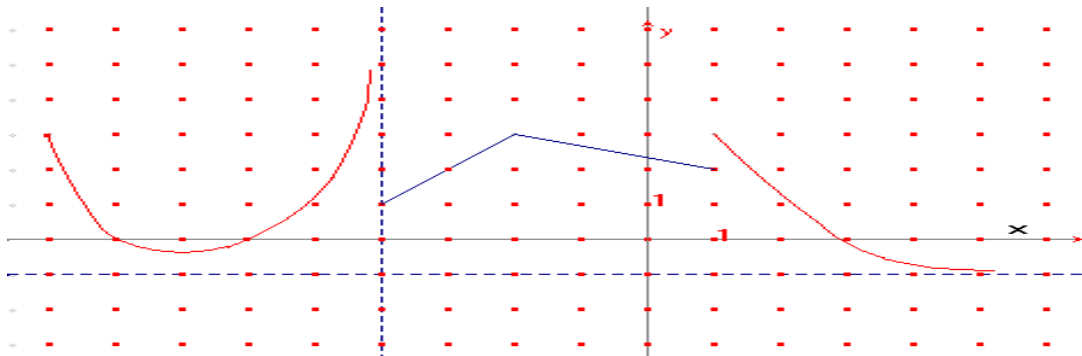
f) Un ahorrador dispone de 10000 euros para invertir en fondos de dos tipos: A ó B . La inversión en fondos A debe superar los 5000 euros y, además, ésta debe doblar, al menos, la inversión en fondos B . Formula matemáticamente el conjunto de restricciones que conduce a averiguar cuanto dinero puede invertir en cada fondo.

g) Una fábrica produce dos tipos de juguetes, muñecas y coches teledirigidos. La fábrica puede producir, como máximo, 200 muñecas y 300 coches. La empresa dispone de 1800 horas de trabajo para fabricar los juguetes y sabe que la producción de cada muñeca necesita 3 horas de trabajo, mientras que la de cada coche necesita 6 horas de trabajo.

Calcula el número de muñecas y de coches que pueden fabricarse con las restricciones señaladas.

BLOQUE 2: FUNCIONES ELEMENTALES

1. Sea f la función cuya gráfica está representada.



- Da el dominio de la función. Da el recorrido.
- Da los puntos de corte con los ejes
- Da los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- Da los extremos relativos.
- Da los puntos de discontinuidad. Clasifícalos
- ¿Cuál es la tendencia de f ?
- Da las ecuaciones de las asíntotas
- Da $f(-8)$, $f(-3)$, $f(1)$, $f^{-1}(0)$, $f^{-1}(3)$ y $f^{-1}(-2)$
- Calcula la Tasa de variación media en $[-8, -3]$

2. Sea la función $f(x) = x^3 + ax^2 + 2$. Calcula a sabiendo que su gráfica pasa por el punto $(-1, 3)$

3. ¿Está el punto $(2, -1)$ en la gráfica de la función $f(x) = \frac{3x-2}{x+1}$? Razona tu respuesta.

4. La empresa de gas A cobra a sus clientes mensualmente 8 € fijos y 2 € por cada m^3 de gas consumido. Mientras que la empresa B cobra 4€ fijos y 2,5 € por cada m^3 de gas consumido

- Da la función que expresa el dinero que paga un cliente de la empresa dependiendo de los m^3 consumidos.
- Da la función que expresa el dinero que paga un cliente de la empresa dependiendo de los m^3 consumidos.
- Si una familia ha consume por término medio 6 m^3 al mes ¿Qué empresa le resulta más barata?
- ¿Cuántos m^3 debe consumir una familia para que le resulte más rentable contratar la empresa A? ¿Y para que le resulte más rentable contratar la empresa B?

5. Las ventas obtenidas por una empresa han sido de 29000€ con unos gastos en publicidad de 3000€ y de 40000€ con unos gastos en publicidad de 5000€. Suponiendo que hay una relación lineal entre gastos y ventas, estima cuales serán las ventas si invierte en publicidad 6000€.

6. Representa la gráfica de las funciones: a) $f(x) = x^2 - 5x + 6$, b) $f(x) = -x^2 - 2x + 3$ hallando previamente, en cada caso, el vértice y los puntos de corte con los ejes

7. El consumo de gasolina de cierto automóvil, por cada 100 km, depende de la velocidad. A 60 km/h, consume 5,7 l, a 70 km/h consume 6 l y a 90 km/h, 7,2 l. Usa extrapolación parabólica para estimar cuanto gastará por cada 100 km recorridos yendo a una velocidad de 110 km/h

8. El coste de producción de x unidades de un producto es igual a $x^2 + 140x + 112$ euros y el precio de venta de x unidades es $200x - x^2$ euros, con $x \in [1, 40]$

a) Escribe la función $B(x)$ que nos da el beneficio total si se venden las x unidades producidas.

b) Representa $B(x)$

c) ¿Cuál es el beneficio obtenido al vender 10 unidades del producto?

d) Si el beneficio fue de 332 € ¿Cuántas unidades se vendieron?

e) Halla las unidades que deben venderse para que el beneficio sea máximo ¿Cuál es dicho beneficio?

f) ¿En qué intervalos el beneficio crece? ¿En cuáles decrece?

g) ¿Cuántas unidades deben venderse y producirse para que las pérdidas sean máximas?

h) ¿Cuántas unidades deben venderse para que no haya pérdidas?

9. Haz un esbozo de la gráfica de las funciones, hallando previamente el dominio y las asíntotas

a) $y = \frac{1}{x}$, b) $y = \frac{x+1}{x-2}$, c) $y = \frac{2x-3}{x+2}$, d) $y = \frac{3x-1}{x-3}$, e) $y = \frac{x-1}{2x+2}$, f) $y = \frac{-x+2}{x-4}$

10. Haz un esbozo de la gráfica de las funciones, hallando previamente el dominio:

a) $f(x) = \sqrt{x-4}$ b) $f = \sqrt{-3x}$ c) $f = \sqrt{2x+4}$ d) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+6}}$

11. Sea la función $f(x) = \begin{cases} x+3 & \text{si } x < -2 \\ x^2 - 4x - 5 & \text{si } x \geq -2 \end{cases}$

a) Representa $f(x)$.

b) Da la imagen de 90 y el origen u orígenes de -520.

c) Da los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.

d) Da los máximos y mínimos

12. Expresa las siguientes funciones como funciones a trozos:

a) $f(x) = |x-4|$, b) $g(x) = \frac{|2x-5|}{x}$ c) $h(x) = \frac{x-|x-1|}{x+6}$.

13. Sean las funciones $f(x) = \frac{2x-1}{3x+2}$, $g(x) = \frac{2}{\sqrt{4x-1}}$, $h(x) = 3^{x-1}$, $i(x) = x^2 - x + 3$

Halla: a) $(i \circ f)(x)$ b) $(g \circ h)(x)$ c) $(f \circ g)(x)$

14. Halla las inversas de las funciones

$f(x) = \left(\frac{x-4}{2}\right)^5$, $g(x) = 3 + \frac{x-1}{5}$, $h(x) = 2 - \frac{6}{x+1}$, $i(x) = 1 + \frac{2x^3}{7}$, $j(x) = \sqrt{\frac{1}{x+2}}$

15. Representa gráficamente las siguientes funciones

a) $f_1 = 3^{x+1}$ b) $f_2(x) = 2^{x-2} - 3$ c) $f_3 = \log_3(x+1)$ d) $f_4(x) = \log_2(x-2)$

16. Halla las inversas de las funciones , $f(x) = 4 + 5^{2x}$, $g(x) = 3^{x-1}$,

$h(x) = 2 + e^{x+1}$ $i(x) = 3 \cdot \log_2(x+4)$ $j(x) = \log(2x+1)$, $k(x) = 1 + \ln(x-3)$

17. El precio de un automóvil es de 24000 €. Sabemos que se deprecia a un ritmo de un 12 % anual

- a) ¿Qué función da el valor del coche al cabo de t años?
b) ¿Cuándo llegará a la mitad el valor inicial?

18. Una población de insectos crece con arreglo a la ley $N = 1 + 2e^t$, donde N es el número de insectos contados por miles, y t es el tiempo, en meses.

- a) ¿En cuánto tiempo se duplicará la población inicial?
b) ¿Y la población existente el primer mes?

19. La función $y = A \cdot 2^{kt}$ nos da la cantidad, en gramos de estroncio radiactivo en una muestra de agua en el instante t , en años. Sabiendo que inicialmente había 80 g de estroncio y que a los 5 años había 20 gramos.

- a) Calcula A . b) Calcula k c) ¿Qué cantidad habrá al cabo de 10 años?
d) ¿Cuándo la cantidad inicial se habrá reducido al 50%?

20. Para describir los efectos de un terremoto se utiliza la escala Richter. Según esa escala la magnitud M de un terremoto viene dada por la expresión $M = \frac{2}{3} \log\left(\frac{E}{25000}\right)$, donde E es la energía liberada, medida en julios.

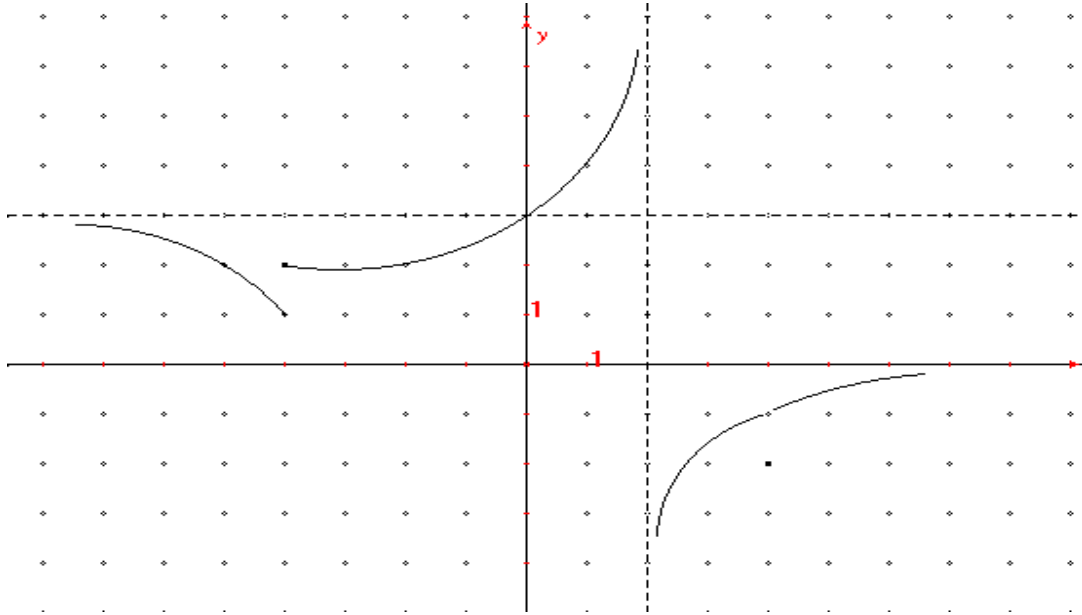
Calcula la energía liberada en el terremoto de Japón del año 2011 si su magnitud fue 9.1 en la escala de Richter.

21. El número de ejemplares, y , que se venden de un libro depende del dinero, x , que se dedica a su publicidad. La función que da esta relación es $y = 2 + 0,5 \ln(x+1)$, x en miles de euros, y en miles de ejemplares

- a) Calcula el número de ejemplares que se vendieron si se invirtieron 20000 € en publicidad
b) ¿Cuánto habrá que invertir para vender 5000 libros?

BLOQUE 3: LÍMITES, CONTINUIDAD Y DERIVADAS

1. Sea la función f cuya gráfica está representada



Da: a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ b) $\lim_{x \rightarrow -4} f(x)$ c) $\lim_{x \rightarrow -4^-} f(x)$ d) $\lim_{x \rightarrow -4^+} f(x)$ e) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ f) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$
g) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ h) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ i) $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$ j) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$ k) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2. Calcula: a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2 + x - 1}{-2x + 5}$ b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3 - x^2 - x - 1}{-2x^3 + x + 1}$ c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^{2-x}$

3. Calcula las asíntotas horizontales, y verticales de las funciones que se indican.

a) $f(x) = \frac{2-3x}{x-9}$ b) $f(x) = \frac{1}{x^2-1}$ c) $f(x) = \frac{x^2-1}{x+1}$ d) $f(x) = \frac{2x^2-7x+6}{x^2-4}$
e) $f(x) = \frac{-x^2}{2x-1}$ f) $f(x) = 2^x$ i) $f(x) = \log x$

4. El tipo de interés anual que ofrece una financiera depende del tiempo que esté dispuesto a

mantener la inversión, y viene dado por la función: $I(t) = \frac{6t}{t+1}$, $t > 0$, en años.

- a) ¿Cuál será el interés al cabo de 2 años?
b) ¿Cuándo el interés fue del 5%?
c) ¿A qué valor tiende el interés si la inversión se mantiene a muy largo plazo?

5. Estudia la continuidad de las siguientes funciones y clasifica las discontinuidades:

a) $f(x) = \begin{cases} 2x-5 & \text{si } x < 3 \\ 3^x - x^2 - 9 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$ b) $f(x) = \begin{cases} x-1 & \text{si } x < 4 \\ \frac{x+5}{x^2-4x+3} & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$

6. Sea la función $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3 & \text{si } x < 3 \\ 2 & \text{si } x = 3 \\ \frac{2x}{4-x} & \text{si } x > 3 \end{cases}$

a) Estudia la continuidad de $f(x)$
b) Halla las asíntotas de $f(x)$

7, Averigua si existe algún valor de a para el que las funciones siguientes f sean continuas:

a) $f(x) = \begin{cases} 2x + a & x < 1 \\ 4 & x = 1 \\ 3x - 1 & x > 1 \end{cases}$ b) $g(x) = \begin{cases} \frac{ax^2 - 2}{x + 1} & \text{si } x < -3 \\ ax & \text{si } x \geq -3 \end{cases}$

Derivadas de funciones

1. Deriva las siguientes funciones:

a) $f(x) = \ln(3^x + x^2 - 1)$ b) $f(x) = (e^{2x} + x) \cdot \left(3x^4 - \frac{x}{2}\right)$ c) $f(x) = \frac{5x^2 - x}{4^x - 2}$
d) $f(x) = 2^{x^3 - x^2} \cdot \log_3^x$ e) $f(x) = \frac{e^{3x} + 1}{4x^3 + \log x}$ f) $f(x) = (2x^3 + \sqrt[3]{x} - \ln x)^2$

Derivabilidad de funciones a trozos

2. Estudia la derivabilidad de las siguientes funciones

a) $f(x) = \begin{cases} 9 - x^2 & \text{si } x \leq 3 \\ -2x^2 + 16x - 30 & \text{si } x > 3 \end{cases}$ b) $f(x) = \begin{cases} 2^x & \text{si } x < 1 \\ \frac{2}{x} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$
c) $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 1 \\ -x^2 + 4x - 2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$ d) $f(x) = \begin{cases} 1 - x & \text{si } x \leq 0 \\ e^{-x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$

Recta tangente

3. Determina la ecuación de la recta tangente a las gráficas de las siguientes funciones en los puntos indicados:

a) $f(x) = x^4 - 3x^2 + x - 3$, en $x = 1$ b) $f(x) = x \cdot \ln x$, en $x = 1$
c) $f(x) = \frac{4x - 1}{2x - 2}$, en $x = 0$ d) $f(x) = x^3 + 3x^2$, en $x = -1$.

4. ¿En qué punto de la gráfica de la función $f(x) = 2x^2 + 3x + 1$, la recta tangente es paralela a $y = 3x - 5$?

5. Dada la parábola de ecuación $y = x^2$, determina las coordenadas de los puntos de la curva cuya recta tangente sea paralela a la recta $y = 4x - 2$

Monotonía. Extremos

6. Estudia la monotonía de las siguientes funciones en los puntos indicados:

a) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12$ $x = 0, \quad x = 2, \quad x = 4, \quad x = 6$

b) $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$ $x = -1/2, \quad x = 0, \quad x = 1/2, \quad x = 2$

7. Estudia los intervalos de monotonía, máximos y mínimos de las siguientes funciones:

a) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12$ b) $f(x) = 4x^3 - 4x^2 + x - 10$ c) $f(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{4x^3}{3} + 2x^2 - 1$

d) $f(x) = \frac{1}{x}$ e) $f(x) = \frac{1}{x^2}$ f) $f(x) = \frac{x-2}{x^2}$ g) $f(x) = \frac{x^2-3}{x-2}$

8. Determina a y b en la ecuación de la parábola $y = ax^2 + bx + 5$ sabiendo que ésta tiene un máximo en el punto $(2, 9)$

9. Dada la función $f(x) = ax^2 + bx$, calcula a y b para que la función tenga un extremo relativo en el punto $(1, 4)$.

10. Dada la función $f(x) = x^3 + bx + c$, determina los valores de " b " y " c " sabiendo que dicha función alcanza un máximo relativo en el punto $(-1, 3)$.

BLOQUE 4: PROBABILIDAD Y DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD

Espacio muestral

1. Un jugador lanza a la vez un dado y una moneda

a) Construya el espacio muestral de este experimento aleatorio

b) Determine la probabilidad del suceso A: "El jugador no obtiene 2 en el dado y obtiene cruz en la moneda".

Sucesos dependientes e independientes

2. Una caja tiene el siguiente contenido: tres monedas de 0.50 euros, cuatro monedas de 1 euro y siete de 2 euros. Al azar, se extraen dos monedas.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que las dos sean de 1 euro?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos una de ellas sea de 0,50 euros?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que el valor de las monedas extraídas sea superior a 2.60 euros?

3. Dos cajas, A y B , tienen el siguiente contenido: La A : cuatro bolas rojas y tres bolas azules. La B : cinco bolas rojas, dos bolas azules y tres negras. Al azar, se extrae una bola de cada caja.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que ninguna sea azul sea azul?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que únicamente una sea roja?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que alguna de ellas sea roja?

4. Se sabe que dos alumnos de la asignatura de Matemáticas asisten a clase, de forma independiente, el primero a un 85% de las clases y el segundo a un 35%. Tomado al azar un día de clase, calcule la probabilidad de cada uno de los siguientes sucesos:

- Que el primero haya asistido pero el segundo no.
- Que solamente uno de ellos haya asistido a clase ese día.
- Que haya asistido a clase el segundo, sabiendo que el primero no ha asistido.

Operaciones con sucesos

5. En un Instituto se pueden practicar dos deportes: fútbol y baloncesto. Se sabe que el 48% de los alumnos practica fútbol pero no baloncesto, que el 15% practica baloncesto pero no fútbol y que el 28% no practica ninguno de los dos.

- Calcule la probabilidad de que un alumno, elegido al azar, practique fútbol.
- Calcule la probabilidad de que un alumno elegido al azar practique al menos uno de los dos deportes.
- De entre los alumnos que practican baloncesto ¿cuál es la probabilidad que uno de ellos, elegido al azar, practique fútbol?

6. En un espacio muestral se consideran dos sucesos A y B tales que

$$P(A \cup B) = 1, P(A \cap B) = \frac{1}{6} \text{ y } P(A/B) = \frac{1}{3} .$$

- Razone si A y B son independientes ¿Son incompatibles?
- Calcule $P(A^c \cup B^c)$.
- Calcule $P(A^c \cap B)$.

Teorema de Bayes

7. Una determinada enfermedad puede estar provocada por dos causas, A o B , en las proporciones 40% y 60%. (En cada enfermo se da solo una de las dos causas).

El tratamiento de esta enfermedad requiere hospitalización en el 20% de los casos, si está provocada por la causa A y en el 80% si está provocada por B . Calcule la probabilidad de que un enfermo de la citada enfermedad:

- No requiera hospitalización
- Si está hospitalizado por esa enfermedad, la causa sea A
- La causa sea B o no esté hospitalizado

8. En una industria de calzado se producen botas y sandalias. De cada 12 pares producidos, 7 pares son botas y 5 de sandalias. La probabilidad de que un par de botas sea defectuoso es 0.08 y de que lo sea un par de sandalias es 0.03. Se escoge al azar un par.

- Si resulta ser defectuoso, ¿Cuál es la probabilidad de que se haya escogido un par de botas?
- ¿Cuál es la probabilidad de que se haya escogido un par de sandalias o el par elegido sea defectuoso?

Distribución binomial

9. Únicamente el 11% de los globos sonda lanzados al espacio se recuperan. Si se lanzan 6,

- Calcule la probabilidad de que se recuperen exactamente tres.
- Calcule la probabilidad de que se recuperen cuatro o cinco
- Calcule la probabilidad de que se recupere al menos uno.
- Si se lanzan al espacio 1200 globos sonda, ¿Cuántos puede esperarse que se recuperen?

10. El 87% de los habitantes de un país tienen el cabello rubio.

- a) Si se eligen al azar 10 habitantes de ese país, calcula la probabilidad de que exactamente 6 de ellos tengan el cabello rubio.
- b) ¿Cuántos habitantes de una ciudad de ese país, de 125000 habitantes, pueden esperarse que tengan el cabello rubio?

Distribución normal

11. Una compañía de suministro de electricidad ha determinado que el consumo, medido en kw/h, de una vivienda familiar durante un mes sigue una distribución normal de media 300 kW/h y desviación típica 50 kW/h.

- a) Calcula la probabilidad de que una familia consuma entre 200 y 300 kw/h
- b) Calcula la probabilidad de que una familia consuma más de 270 kw/h
- c) Si el 1'5% de las familias que más consumen tienen un descuento especial, ¿Cuántos kw/h debe consumir como mínimo para poder acogerse a ese descuento?

12. El nivel de hemoglobina en la sangre de las personas sigue una distribución normal de media 12 gramos/decilitro y desviación típica 2 gramos/decilitro.

- a) Calcula la probabilidad de que el nivel de hemoglobina de una persona sea mayor de 5'5 gramos/decilitro
- b) Calcula la probabilidad de que una persona elegida al azar tenga entre 8'42 y 14'4 gramos/decilitro de hemoglobina.
- c) Calcula el nivel de hemoglobina de una persona si supera al nivel del 87'9% de las personas.
- d) Si el 0'06% de las personas con menor nivel de hemoglobina debe seguir un tratamiento médico ¿Cuál debe ser el máximo nivel de una persona para tener que seguir un tratamiento?