

Instrucciones:

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Sea la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \begin{cases} e^x(x^2 + ax) & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{bx^2 + c}{x+1} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

Calcula las constantes a , b y c sabiendo que f es derivable y que la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$ tiene pendiente 3.

Ejercicio 2.- [2'5 puntos] Dada la función f definida por $f(x) = \frac{3}{x^2 - 5x + 4}$ para $x \neq 1$ y $x \neq 4$.

Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f , el eje de abscisas, y las rectas $x = 2$, $x = 3$.

Ejercicio 3.- Considera las siguientes matrices

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

(a) [0'75 puntos] Calcula A^{-1} .

(b) [1'75 puntos] Resuelve la ecuación matricial $AXA^t - B = 2I$, donde I es la matriz identidad de orden 2 y A^t es la matriz traspuesta de A .

Ejercicio 4.- Considera los puntos $A(1, 2, 1)$ y $B(-1, 0, 3)$.

(a) [1'25 puntos] Calcula las coordenadas de los puntos que dividen el segmento AB en tres partes iguales.

(b) [1'25 puntos] Halla la ecuación del plano perpendicular al segmento AB y que pasa por A .

Instrucciones:

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida como $f(x) = (x + 1)\sqrt[3]{3 - x}$. Halla las ecuaciones de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = -5$ y en el punto de abscisa $x = 2$.

Ejercicio 2.- Considera la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x|2 - x|$.

- [1 punto] Esboza su gráfica.
- [1'5 puntos] Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f , el eje de abscisas y la recta de ecuación $x = 3$.

Ejercicio 3.- [2'5 puntos] Obtén un vector no nulo $v = (a, b, c)$, de manera que las matrices siguientes tengan simultáneamente rango 2.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & a \\ 1 & 0 & b \\ 1 & 1 & c \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & a \\ 0 & -1 & b \\ 3 & 1 & c \end{pmatrix}$$

Ejercicio 4.- Considera el plano π definido por $2x - y + nz = 0$ y la recta r dada por

$$\frac{x - 1}{m} = \frac{y}{4} = \frac{z - 1}{2}$$

con $m \neq 0$.

- [1'25 puntos] Calcula m y n para que la recta r sea perpendicular al plano π .
- [1'25 puntos] Calcula m y n para que la recta r esté contenida en el plano π .